



UNIDAD EDUCATIVA MONTE TABOR – NAZARET

Área de Matemáticas

Lección # 1

2015 - 2016

Contenido:	
Caligrafía:	10

NOMBRE: Maria Mercedes Lasso Alcivar CURSO: I BACH

FECHA: Miércoles 20 de mayo de 2015. PROFESOR/A: Carlos Luis Gencón

TEMA # 1 [6 puntos máximo]

(a) Sea $u = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $w = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ p \end{pmatrix}$. Sabiendo que u es perpendicular a w , encuentre el valor de p .

(3)

(b) Sea $v = \begin{pmatrix} 1 \\ q \\ 5 \end{pmatrix}$. Dado que $|v| = \sqrt{42}$, encuentre los posibles valores de q .

(3)

(Total 6 marks)

TEMA # 2 [13 puntos máximo]

Considere los puntos A (1, 5, 4), B (3, 1, 2) y D (3, k , 2), con (AD) perpendicular a (AB).

(a) Encuentre

(i) \overrightarrow{AB} ;

(ii) \overrightarrow{AD} , dando su respuesta en términos de k .

(3)

(b) Muestre que $k = 7$.

(3)

El punto C es tal que $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$.

(c) Encuentre el vector posición de C.

(4)

(d) Encuentre $\cos \hat{ABC}$.

TEMA # 3 [7 puntos máximo]

Sean los vectores v y w como se muestran, para $k > 0$. El ángulo entre v y w es $\frac{\pi}{3}$. Encuentre el valor de k .

$$v = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ y } w = \begin{pmatrix} k \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

cos

(3)

Resolución

$$1a) \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ p \end{pmatrix} = 0$$

$$6 - 3 - p = 0$$

$$p = 3 //$$

$$1b) \sqrt{1^2 + q^2 + 5^2} = \sqrt{42}$$

$$q^2 + 26 = 42$$

$$q^2 = 16$$

$$q = \pm 4$$

$$2a) i) \vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$ii) \vec{AD} = \begin{pmatrix} 3 \\ k \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ k-5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$2b) \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ k-5 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$$

$$4 - 4(k-5) + 4 = 0$$

$$8 - 4k + 20 = 0$$

$$-4k = -28$$

$$k = 7 //$$

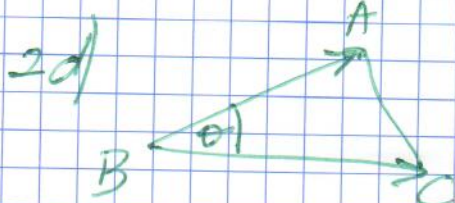
$$2c) \vec{BC} = \frac{1}{2} \vec{AD}$$

$$\vec{OC} - \vec{OB} = \frac{1}{2} \vec{AD}$$

$$\vec{OC} = \frac{1}{2} \vec{AD} + \vec{OB}$$

$$\vec{OC} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$



$$\theta = ?$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = |\vec{BA}| |\vec{BC}| \cos \theta$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cos \theta$$

$$-2 + 4 - 2 = \sqrt{24} \cdot \sqrt{3} \cos \theta$$

$$0 = \sqrt{24} \cdot \sqrt{3} \cos \theta$$

$$3) \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} \cdot \sqrt{k^2 + 2^2 + 4^2} \cos \theta = 0 //$$

$$2k + 6 + 24 = \sqrt{49} \cdot \sqrt{k^2 + 20} \cdot \frac{1}{2}$$

$$2k + 30 = \frac{7}{2} \sqrt{k^2 + 20}$$

$$4k + 60 = 7 \sqrt{k^2 + 20}$$

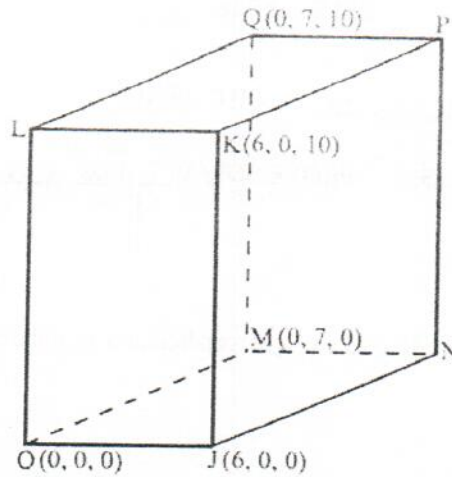
$$(4k + 60)^2 = 49 (k^2 + 20)$$

$$\begin{cases} 16k^2 + 480k + 3600 = 49k^2 + 980 \\ -33k^2 + 480k + 2620 = 0 \\ k = 18,77 // \quad k = -4,23 // \end{cases}$$

TEMA # 4 [9 puntos máximo]

(Total 13 marks)

El diagrama muestra un prisma sólido OJKLMNPQ. El vértice O es (0, 0, 0), J es (6, 0, 0), K es (6, 0, 10), M es (0, 7, 0) y Q es (0, 7, 10).



$$\begin{aligned} i) \vec{JQ} &= \vec{OQ} - \vec{OJ} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix} // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ii) \vec{MK} &= \vec{OK} - \vec{OM} \\ &= \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 \\ -7 \\ 10 \end{pmatrix} // \end{aligned}$$

(a) (i) Muestre que $\vec{JQ} = \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$.

(ii) Encuentre \vec{MK} .

(ii) Encuentre el ángulo entre (JQ) y (MK).

(4)

(5)

iii) $\theta = ?$

$$\vec{JQ} \cdot \vec{MK} = |\vec{JQ}| \cdot |\vec{MK}| \cos \theta$$

$$\begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -7 \\ 10 \end{pmatrix} = \sqrt{6^2 + 7^2 + 10^2} \cdot \sqrt{6^2 + 7^2 + 10^2} \cos \theta$$

$$-36 - 49 + 100 = 185 \cos \theta$$

$$\frac{15}{185} = \cos \theta$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{15}{185} \right)$$

$$\theta = 25.35^\circ //$$